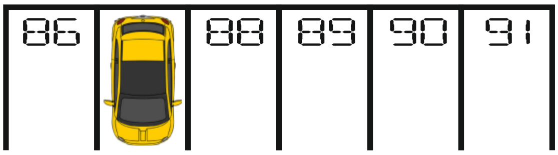
GARA DI MATEMATICA ON-LINE (24/2/2025)
SOLUZIONI

1. LOGICA VISIVA. [87]

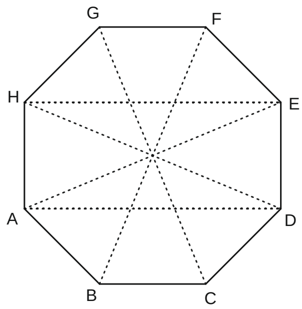
Basta guardare la figura al contrario per rendersi conto che i numeri sono in sequenza. La macchina è parcheggiata sul numero 87.



2. NELL'OTTAGONO [360]

Osserviamo, semplicemente guardando la figura che il rettangolo $ADEH$ ha un'area pari alla metà dell'area dell'ottagono e quindi i due trapezi hanno ciascuno area pari ad un quarto dell'area dell'ottagono.

$A_{ABCD} = \frac{1}{4}1440 = 360 \text{ cm}^2$.



3. FESTA DI COMPLEANNO [24]

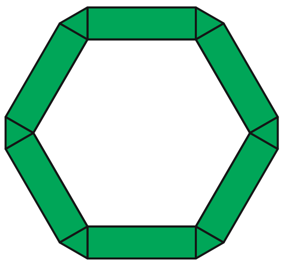
Se x sono i compagni di classe, gli amici di infanzia sono $\frac{1}{2}x+1$ mentre i compagni di conservatorio sono $\frac{1}{2}x-2$. Siccome $\frac{1}{2}x+1+x+\frac{1}{2}x-2=47$ si ha $x=24$.

4. IL GIARDINO [60]

Siano a il lato lungo del rettangolo e b quello corto. Il perimetro del rettangolo vale $2p_{rett} = 2a+2b = 20 \text{ cm}$

Notiamo che tra due rettangoli si forma un triangolo che ha due lati uguali e l'angolo compreso di $60°$ e quindi è equilatero.

Il perimetro del dodecagono vale $2p_{dod} = 6a+6b = 3(2a+2b) = 3\cdot 20 = 60 \text{ cm}$.



5. DATI E STATISTICHE [4448]

Dobbiamo calcolare:

$$\frac{1}{25}2550\cdot 5+\frac{1}{10}2550\cdot 4+\frac{1}{17}2550\cdot 3+\frac{1}{6}2550\cdot 2+\left(1-\frac{1}{25}-\frac{1}{10}-\frac{1}{17}-\frac{1}{6}\right)2550=$$

$$2550\left(\frac{5}{25}+\frac{4}{10}+\frac{3}{17}+\frac{2}{6}+1-\frac{1}{15}-\frac{1}{10}-\frac{1}{17}-\frac{1}{6}\right)=$$

$$2550\left(\frac{4}{25}+\frac{3}{10}+\frac{2}{17}+\frac{1}{6}+1\right)=\cancel{2550}\cdot\frac{408+765+300+425+2550}{\cancel{2550}}=4448$$

6. SOMME DI UNI E ZERI [8888]

Immaginiamo di metterle tutte in colonna. Avremo scritto in tutto $2^4=16$ numeri. (Potremmo anche risolvere il problema scrivendoli tutti...) Solo 8 di questi hanno la cifra "1" nelle unità, altrettanti nelle decine e così via. La loro somma è 8888.

7. POTENZE EQUIVALENTI [12]

Siccome $\left(a^3\right)^2=\left(b^2\right)^2$, cioè $a^3=b^2$ ci serve il più piccolo numero che possa essere scritto sia come quadrato che come cubo... e cioè 2^6 e quindi $a^3=2^6$ e quindi $a=4$ e $b^2=2^6$ e quindi $b=8$.

$a+b=4+8=12$.

8. NUMERI VICINI [122]

Se x è il primo numero allora il secondo è $x+7$, il terzo $x+15$ e il quarto $x+6$. La loro somma è $4x+28=516$ e quindi $x=122$.

9. SI ALLA PARITÀ [624]

Siccome abbiamo cinque cifre pari e quattro posti da riempire la soluzione è $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 - 1 = 624$ dove abbiamo tolto 1 perché 0 non è accettato.

10. MOLTIPLICAZIONE FANTASMA [1836]

Scomponiamo in fattori il risultato: $62424 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 17^2$.

Vi sono due divisori che hanno 3 come decina: 34 e 36 ma 36 è da scartare in quanto non rispetta la posizione degli asterischi della prima riga. La moltiplicazione è

$$
\begin{array}{ccccc|c}
 & 1 & 8 & 3 & 6 & \times \\
 & & & 3 & 4 & = \\
\hline
 & 7 & 3 & 4 & 4 & \\
5 & 5 & 0 & 8 & & \\
\hline
6 & 2 & 4 & 2 & 4 &
\end{array}
$$

11. ALLE FIERE DELL'EST [189]

Facciamo il calcolo seguendo l'ambientazione al contrario:

$280 + 220 = 500$ --> $\frac{500}{4} = 125$ --> $125 + 193 = 318$ --> $\frac{318}{3} = 106$ --> $106 + 272 = 378$ --> $\frac{378}{2} = 189$.

Oppure, tramite un'equazione. Sia x la cifra iniziale:

$4\left[3(2x - 272) - 193\right] - 220 = 280$ che ci porta allo stesso risultato.

12. IL CAMPIONATO [339]

Un campionato a 12 squadre ha $12 \cdot 11 = 132$ partite.

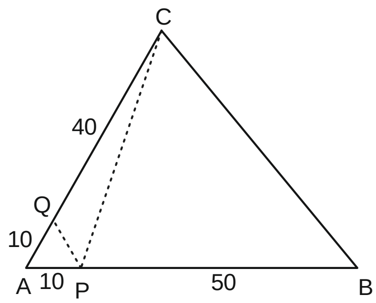
Una fase intermedia a 6 squadre contro 6 squadre ha $6 \cdot 6 \cdot 2 = 72$ partite.

Infine, 3 sono le partite di semifinali e finali, per un totale di $132 \cdot 2 + 72 + 3 = 339$ partite.

13. UNA CALCOLATRICE STRANA [401]

La soluzione migliore si ottiene con la sequenza BLU-ROSSO-VERDE-BIANCO e cioè $(-10 \cdot 2)^2 + 1 = 401$.

14. TRIANGOLI [24]



Il triangolo ACP ha un'area pari ad $\frac{1}{6}$ dell'area del triangolo ABC.

Il triangolo APQ ha un'area pari ad $\frac{1}{5}$ dell'area del triangolo ACP.

Quindi $A_{APQ} = \frac{1}{6}\frac{1}{5} 720 = 24 \text{ cm}^2$

15. IL PIN SEGRETO [5041]

Se n è la radice del PIN, dovrà accadere che $n^2 - 1$ è multiplo di 2, 3, ..., 9 e quindi multiplo del $mcm(2,3,4,5,6,7,8,9) = 2520$. Ora 2521 non è un quadrato ma $2 \cdot 2520 + 1 = 5041 = 71^2$.

Il PIN vale 5041.

16. A SPASSO PER LA PIAZZA [300]

Se l'area della piazza intera (monumento compreso) è 9 volte l'area del monumento, allora il suo perimetro è 3 volte più lungo. Per fare il giro del monumento ci metterò un terzo del tempo impiegato per fare il giro della piazza. $t = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5 \text{ minuti} = 300 \text{ secondi}$.

17. A COPPIE [84]
Ci sono $6 \cdot 7 = 42$ coppie di caselle adiacenti verticali ed altrettante orizzontali, per un totale di 84 coppie di caselle adiacenti.

18. SOLO NUMERI PRIMI [8]
Eseguiamo la scomposizione in fattori primi:

$$\begin{array}{r|r}
1122221100 & 2^2 \cdot 5^2 \\
11222211 & 11 \\
1020201 & 101 \\
10101 & 3 \\
3367 & 7 \\
481 & 13 \\
19 & 19 \\
1 &
\end{array}$$

I numeri primi diversi che abbiamo trovato sono 8.

19. UNA POTENZA !!! [768]
Utilizzando bene le proprietà delle potenze si ha:
$2^x = 8^{4^4} = \left(2^3\right)^{256} = 2^{768}$
Da cui si ricava $x = 768$.

20. UNA STRATEGIA VINCENTE [56]
La strategia vincente di Claudia è quella di lasciare a Luca sempre un pezzo di cioccolata quadrata contenente il quadratino di cioccolata bianca. Alla prima mossa deve spezzare la cioccolata in modo da lasciare $8 \times 8 = 64$ quadretti a Luca. Claudia ne mangia $8 \cdot 7 = 56$.